

V - 140

B. Sc. (First Year)
EXAMINATION, 2019

MATHEMATICS

Paper - II

**CALCULUS AND DIFFERENTIAL
EQUATIONS**

Time : Three Hours

Maximum Marks : 40 (For Regular Students)

Minimum Pass Marks : 33%

Maximum Marks : 50 (For Private Students)

Minimum Pass Marks : 33%

नोट- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्न क्रमांक 1 अनिवार्य है।
Attempt all questions. Question no. 1 is compulsory.

I. किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये- $2 \times 5 = 10$

Attempt any five questions-

(i) $\tan^{-1} x$ का n वाँ अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।Find the n th differential coefficient of $\tan^{-1} x$.

P.T.O.

(ii) असन्तत्स्पर्शी को निचे द्वारा परिभाषित कीजिए।
Define an asymptotes with the figure.

(iii) वक्र $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$ के निचे परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए।
Find the point of inflexion of the curve $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$.

(iv) वक्र $y = x^3 + 5x^2 + 6x$ की मूल-बिन्दु पर वक्रता क्रिया ज्ञात करो।
Find the radius of curvature at origin of the curve $y = x^3 + 5x^2 + 6x$.

(v) मूल्यांकन कीजिए-

$$\int_0^{\pi/4} \sin^4 \theta d\theta.$$

Evaluate-

$$\int_0^{\pi/4} \sin^4 \theta d\theta.$$

(vi) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात करो।
Find the total area of the ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

(vii) लंबकोणीय संलेदी को परिभाषित कीजिए।
Define orthogonal trajectory.

(viii) हल कीजिए-

$$(x + y + 1) \frac{dy}{dx} = 1.$$

Solve-

$$(x + y + 1) \frac{dy}{dx} = 1.$$

(ix) हल कीजिए-

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + m^4 y = 0.$$

Solve-

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + m^4 y = 0.$$

(x) हल कीजिए-

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x.$$

Solve-

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x.$$

इकाई - I

(Unit - I)

2. यदि $y^{1/m} + y^{-1/m} = 2x$ तो सिद्ध कीजिए-

$$(x^2 - 1)y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1}$$

$$+ (n^2 - m^2)y_n = 0$$

If $y^{1/m} + y^{-1/m} = 2x$ then prove that-

$$(x^2 - 1)y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1}$$

$$+ (n^2 - m^2)y_n = 0$$

अथवा

(Or)

वक्र $y^3 - x^2y - 2xy^2 + 2x^3 - 7xy + 3y^2 + 2x^2 + 2x + 2y + 1 = 0$ की अनन्त स्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the given curve

$$y^3 - x^2y - 2xy^2 + 2x^3 - 7xy + 3y^2$$

$$+ 2x^2 + 2x + 2y + 1 = 0.$$

(5)

V - 140

इकाई - II

(Unit - II)

3. सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के लिए

$P = a^2 b^2 / P^3$, जहाँ P केन्द्र (0, 0) से बिन्दु (x, y) पर स्पर्श रेखा पर डाले गये लम्ब की लम्बाई है।

6/8

Prove that for the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$,

$P = a^2 b^2 / P^3$, Where P is length of perpendicular from centre upon the tangent at (x, y).

अथवा

(Or)

वक्र $y^2(a-x) = x^2(a+x)$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve $y^2(a-x) = x^2(a+x)$.

P.T.O.

(6)

V - 140

इकाई - III

(Unit - III)

4. सिद्ध कीजिए-

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x + \sqrt{\cos x}}} dx = \frac{\pi}{4}$$

Prove that-

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x + \sqrt{\cos x}}} dx = \frac{\pi}{4}$$

अथवा

(Or)

वक्र $y = \log \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ के $x = 1$ से $x = 2$ तक के चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the length of the arc of the curve

$$y = \log \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \text{ from } x = 1 \text{ to } x = 2.$$

इकाई - IV

(Unit - IV)

5. हल कीजिए-

$$(1 + 4xy + 2y^2)dx + (1 + 4xy + 2x^2)dy = 0 \quad 6/8$$

(7)

V - 140

Solve-

$$(1 + 4xy + 2y^2)dx + (1 + 4xy + 2x^2)dy = 0$$

अथवा

(Or)

हल कीजिए-

$$P^2 - 2P \cosh x + 1 = 0$$

Solve-

$$P^2 - 2P \cosh x + 1 = 0$$

इकाई - V

(Unit - V)

6. हल कीजिए-

6/8

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 8\frac{dy}{dx} + 9y = 40 \sin 5x$$

Solve-

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 8\frac{dy}{dx} + 9y = 40 \sin 5x$$

अथवा

(Or)

प्राचल विचरण की विधि से हल कीजिए-

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$

P.T.O.

(8)

V - 140

Solve by the method of variation of parameters-

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x.$$