

Roll No.

B.Sc. I Year Examination April 2023

Mathematics (Major-II)
(Calculus and differential equation)

Time: 3 Hours

Max.M. 70/ Min.M.25

Section-A (Very short answer type question)

टीप :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 02 अंक का है। (50 शब्द)

(5x2=10)

Note:- Attempt all questions. Each question carries 02 marks.

प्रश्न 1. सिद्धांत शिरोमणि किसकी रचना है ? इस पुस्तक पर संक्षिप्त प्रकाश डालिए।
Who wrote Sidhant Shiromani ? Write briefly about this book.

प्रश्न 2. $S = C \log \sec \Psi$ की वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
Evaluate radius of curvature of the curve $S = C \log \sec \varphi$

प्रश्न 3. $\int \sin^7 x dx$ का मान ज्ञात कीजिए।
Find the value of $\int \sin^7 x dx$

प्रश्न 4. $\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$ का समाकलन गुणांक ज्ञात कीजिए।
Find integrating factor of $\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$

प्रश्न 5. अवकल समीकरण $\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{3dy}{dx} - 4y = 0$ को हल कीजिए।
Solve differential equation $\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{3dy}{dx} - 4y = 0$

Section-B (Short Answer type questions)

टीप :- सभी पाँच प्रश्न हल करें। प्रत्येक प्रश्न 06 अंक का है। (250 शब्द)

(5x6=30)

Note:- Attempt all five questions. Each question carries 06 marks.

प्रश्न 6. यदि $y = a \cos \log x + b \sin \log x$ तो सिद्ध कीजिए $x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2+1)y_n = 0$
If $y = a \cos \log x + b \sin \log x$ then prove that $x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2+1)y_n = 0$
अथवा (OR)

मैक्लारिन प्रमेय से $\log(1+x)$ का प्रसार कीजिए।

Expand $\log(1+x)$ by Maclaurin theorem.

प्रश्न 7. सिद्ध कीजिए कि साइक्लॉइड $x = a(t + \sin t), y = a(1 - \cos t)$ is के किसी बिन्दु t पर वक्रता त्रिज्या $\rho = 4a \cos \frac{t}{2}$ होती है।

Prove that radius of curvature at the point t of the Cycloid $x = a(t + \sin t), y = a(1 - \cos t)$ is

$$\rho = 4a \cos \frac{t}{2}$$

अथवा (OR)

वक्र $y^3 + 3ax^2 + x^3 = 0$ के बहुल बिन्दु ज्ञात कीजिए तथा उनकी प्रकृति भी बताइए।

Find multiple point of the curve $y^3 + 3ax^2 + x^3 = 0$ and find its nature.

प्रश्न 8. वक्र $a^2 x^2 = y^3(2a - y)$ का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

Evaluate quadrature of the curve $a^2 x^2 = y^3(2a - y)$

अथवा (OR)

P.T.O.

सिद्ध कीजिए कि वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ की सम्पूर्ण लम्बाई $6a$ है।

Prove that total length of the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ is $6a$.

प्रश्न 9. हल कीजिए Solve

$$x^2 + p^2x - yp = 0$$

अथवा (OR)

हल कीजिए Solve

$$x \frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x$$

प्रश्न 10. हल कीजिए Solve

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{2dy}{dx} + y = xe^x \sin x$$

अथवा (OR)

प्राचल विचरण की विधि से अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$

Solve differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$ by variation of Parameters.

Section-C (Long Answer type questions)

टीप :- कोई दो प्रश्न हल करें। प्रत्येक प्रश्न 15 अंक का है। (500 शब्द)

(2x15=30)

Note:- Attempt any two questions. Each question carries 15 marks.

प्रश्न 11. वक्र $y^3 + x^2y + 2xy^2 - y + 1 = 0$ की समस्त अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

Find all asymptotes of the curve $y^3 + x^2y + 2xy^2 - y + 1 = 0$

प्रश्न 12. वक्र $ay^2 = x^2(a - x)$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve $ay^2 = x^2(a - x)$

प्रश्न 13. यदि $u_n = \int_0^{n/2} x^n \sin x \, dx$ और $n > 1$ तो दर्शाइये कि $u_n + n(n-1)u_{n-2} - 2 = n \left(\frac{n}{2}\right)^{n-1}$ तथा

$\int_0^{n/2} x^5 \sin x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $u_n = \int_0^{n/2} x^n \sin x \, dx$ and $n > 1$ then show that $u_n + n(n-1)u_{n-2} - 2 = n \left(\frac{n}{2}\right)^{n-1}$ and evaluate

$\int_0^{n/2} x^5 \sin x \, dx$

प्रश्न 14. अवकल समीकरण $(8p^3 - 27)x = 12p^2y$ को हल करके विचित्र हल का परीक्षण कीजिए।

Solve differential equation $(8p^3 - 27)x = 12p^2y$ and find singular solution.

प्रश्न 15. हल कीजिए Solve

$$x^3 \frac{d^3y}{dx^3} + 2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2y = 10 \left(x + \frac{1}{x}\right)$$
