

B. Sc. (First Year)
EXAMINATION, 2019
MATHEMATICS

Paper - I

ALGEBRA AND TRIGONOMETRY

Time : Three Hours

Maximum Marks : 40 (For Regular Students)

Minimum Pass Marks : 33%

Maximum Marks : 50 (For Private Students)

Minimum Pass Marks : 33%

नोट- सभी प्रश्न हल कीजिए। प्रश्न क्रमांक 1 अनिवार्य है।
Attempt all questions. Question no. 1
is compulsory.

1. निम्न में से कोई पाँच प्रश्न हल कीजिए- $2 \times 5 / 3 \times 5$
Attempt any five questions-

(i) सिद्ध कीजिए यदि आव्यूह $\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}$

P.T.O.

की जाति 3 से कम है तो बिन्दु (x_1, y_1) ,
 (x_2, y_2) तथा (x_3, y_3) एक रेखीय होंगे।
Prove that the points (x_1, y_1) , $(x_2,$
 $y_2)$ and (x_3, y_3) are collinear if the

matrix $\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}$ is less

than 3.

(ii) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ की जाति एवं

शून्यता ज्ञात कीजिए।

Find the rank and nullity of the

matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 6 & 5 \end{bmatrix}$.

(iii) सिद्ध कीजिए कि किसी हर्मिटी आव्यूह के
अभिलाक्षणिक मान वास्तविक होते हैं।

Prove that the eigen values of a
Hermitian matrix are real.

(iv) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ के

अभिलाक्षणिक समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the characteristic equation of

the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$.

(v) बहुपदों $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + x - 2$

और $g(x) = x^2 - x - 2$ का महत्तम समावर्तक ज्ञात कीजिए।

Find the greatest common divisor of the polynomials

$f(x) = 2x^3 - 4x^2 + x - 2$ and

$g(x) = x^2 - x - 2$.

(vi) सिद्ध कीजिए कि समीकरण

$2x^7 - x^4 + 4x^3 - 5 = 0$ के कम से कम चार काल्पनिक मूल होंगे।

Prove that the equation $2x^7 - x^4 + 4x^3 - 5 = 0$ will be at least four imaginary roots.

(vii) अंशतः क्रम सम्बन्ध का परिभाषित कीजिए।

Define partial order relations.

(viii) सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित कथन पुनरुक्ति है-

$$(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\sim P \vee Q)$$

Prove that the following statement is tautology-

$$(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\sim P \vee Q)$$

(ix) $(-1)^{1/3}$ के सभी मानों को ज्ञात कीजिए।

Find all values of $(-1)^{1/3}$.

(x) यदि $A + iB = C \tan(x + iy)$ तब सिद्ध कीजिए-

$$\tan 2x = \frac{2CA}{C^2 - A^2 - B^2}$$

If $A + iB = C \tan(x + iy)$ then prove that-

$$\tan 2x = \frac{2CA}{C^2 - A^2 - B^2}$$

(5)
इकाई - I
(Unit - I)

V-139

2. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ का प्रसामान्य

रूप में परिवर्तित कीजिए और आव्यूह की जाति एवं रिक्तता ज्ञात कीजिए।

6/7

Reduce the matrix A to its normal form

where $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ and hence

obtain its rank and nullity.

अथवा

(Or)

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ के अभिलाक्षणिक

मानों और संगत अभिलाक्षणिक सदिशों का ज्ञात कीजिए।

P.T.O.

(6)

V-139

Find the eigen values and corresponding eigen vector of the matrix-

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

इकाई - II

(Unit - II)

3. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ के अभिलाक्षणिक

समीकरण ज्ञात कीजिए और सत्यापित कीजिए कि यह आव्यूह A द्वारा संतुष्ट होता है और A^{-1} ज्ञात कीजिए।

6/7

Find the characteristic equation of the

matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$. Show that

A satisfies its characteristic equation, also find A^{-1} .

(7)

V - 139

अथवा

(Or)

आव्यूह विधि से निम्नलिखित समीकरणों का हल ज्ञात कीजिए-

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1$$

Solve the following equations using matrix method-

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1$$

इकाई - III

(Unit - III)

4. प्रतिबन्ध ज्ञात करो कि समीकरण

$$x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$$

के मूल (a) A.P. (b) G.P. (c) H.P. में हों। 6/7

Find the condition that the roots of the equation $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$ may be in (a) A.P. (b) G. P. and (c) H. P.

P.T.O

(8)

V - 139

अथवा

(Or)

समीकरण $x^4 - 4x^3 - 18x^2 - 3x + 2 = 0$ का ऐसे समीकरण में रूपान्तर कीजिए जिसमें तीसरा पद न हो।

Transform the equation $x^4 - 4x^3 - 18x^2 - 3x + 2 = 0$ into one form which the third term is missing.

इकाई - IV

(Unit - IV)

5. सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित कथन पुनरुक्ति है- 6/7

$$(p \Rightarrow q \wedge r) \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim p)$$

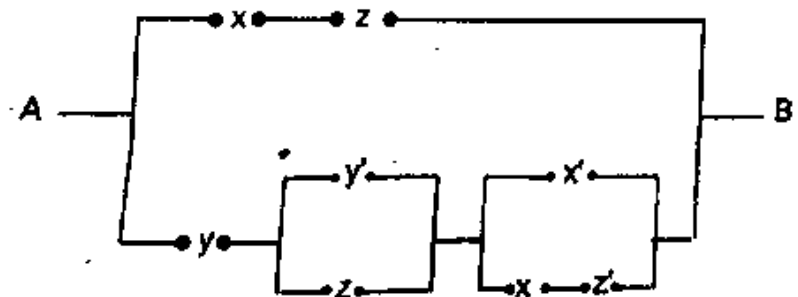
Prove that following statement is tautology-

$$(p \Rightarrow q \wedge r) \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim p)$$

अथवा

(Or)

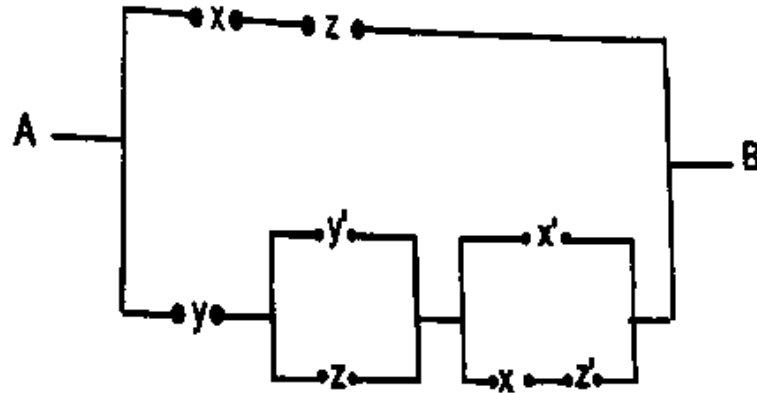
दिये गये आरेख को स्विकचन फलन में अनुवाद करो, इसको सरल करो और तुल्य जाल खींचो-



(9)

V - 139

Translate the given diagram in to switching function, simplify it and draw the equivalent network :



इकाई - V

(Unit - V)

6. n का मान चाहे जो हो, धनात्मक या ऋणात्मक पूर्णांक या भिन्नात्मक हो तब $(\cos\theta + i\sin\theta)^n$ का मान $\cos n\theta + i\sin n\theta$ होगा। 6/7
- Whatever be the value of n positive or negative, integral or functional, then the value of $(\cos\theta + i\sin\theta)^n$ is $\cos n\theta + i\sin n\theta$.

P.T.O.

(10)

V - 139

अथवा

(Or)

सिद्ध कीजिए-

$$\tan^{-1}\left(i\frac{x-a}{x+a}\right) = \frac{i}{2}\log\frac{x}{a}$$

Prove that-

$$\tan^{-1}\left(i\frac{x-a}{x+a}\right) = \frac{i}{2}\log\frac{x}{a}$$