Roll No. ....

U – 337

B. Sc. (First Year)

EXAMINATION, March, 2018

MATHEMATICS

Paper – I

ALGEBRA AND TRIGONOMETRY

Time : Three Hours

Maximum Marks : 40 (For Regular Students)

Minimum Pass Marks : 34%

Maximum Marks : 50 (For Private Students)

Minimum Pass Marks : 34%

नोट- सभी प्रश्न हल कीजिए। प्रश्न क्रमांक 1 अनिवार्य है।

Attempt *all* questions. Question no. 1 is compulsory.

1. निम्न में से **कोई पाँच प्रश्न हल कीजिए**–

$2\times5/3\times5$

Attempt any *five* questions–

(i) दर्शाइये कि R^2 का उपसमुच्चय $\{(1,0),(1,1)\}$ रैखिकत: स्वतन्त्र है।

Show that the set $\{(1,0),(1,1)\}$ of R^2 is linearly independent.

P.T.O.

(ii) आव्यूह के प्रसामान्य रूप को परिभाषित कीजिए।

Define Normal form of a matrix.

(iii) आव्यूह $A=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 0\end{bmatrix}$ के आइगेन मान ज्ञात कीजिए।

Find the eigen values of the matrix

$$A=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 0\end{bmatrix}$$

(iv) हल कीजिए–

$$x+y+z=9$$
$$2x+5y+7z=52$$
$$2x+y+z=0$$

Solve–

$$x+y+z=9$$
$$2x+5y+7z=52$$
$$2x+y+z=0$$

(v) बीजगणितीय समीकरण को समझाइए।

Explain Algebraic equation.

(vi) मूलों के सममित फलन को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए।

Define symmetric function of the roots with example.

(vii) कथन अभिरचना को परिभाषित कीजिए।

Define statement pattern.

(viii) पुनरुक्ति और व्याघात को समझाइए।

Explain tautology and contradiction.

(ix) सिद्ध करो कि-

$$(\sin\theta + i\cos\theta)^n = \cos n\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) + i\sin n\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$$

Prove that–

$$(\sin\theta + i\cos\theta)^n = \cos n\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) + i\sin n\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$$

(x) सिद्ध करो कि-

$$\sinh 3x = 3\sinh x + 4\sinh^3 x$$

Prove that–

$$\sinh 3x = 3\sinh x + 4\sinh^3 x$$

इकाई – I
(*Unit – I*)

2. व्युत्क्रमणीय आव्यूहों P तथा Q को ज्ञात कीजिये जो इस प्रकार है कि PAQ प्रसामान्य रूप में है, जहाँ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Find non-singular matrices P and Q such that PAQ is in the normal form, where

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

अथवा

(*Or*)

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$ के अभिलाक्षणिक मूल (आइगेन मानों) और संगत अभिलाक्षणिक सदिश (आइगेन सदिशों का निर्धारण) ज्ञात कीजिए।

Determine the eigen values and the corresponding eigen vectors of the matrix–

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

Also write the corresponding eigen values.

इकाई – II

(*Unit - II*)

3. सिद्ध करो कि प्रत्येक वर्ग आव्यूह स्वतः के अभिलाक्षणिक समीकरण को संतुष्ट करता है। 6/7

Prove that every square matrix satisfies its characteristics equation.

अथवा

(Or)

ज्ञात कीजिए कि λ, μ के किन मानों के लिए समीकरणों

$$x+y+z=6$$
$$x+2y+3z=10$$
$$x+2y+\lambda z=\mu$$

का (i) कोई हल नहीं (ii) एक अद्वितीय हल, (iii) अनन्त हल होंगे।

Investigate for what values of λ, μ the equation–

$$x+y+z=6$$
$$x+2y+3z=10$$
$$x+2y+\lambda z=\mu$$

have (i) no solution (ii) a unique solution (iii) an infinity of solutions.

इकाई – III

(*Unit - III*)

4. बहुपदों $f(x)=2x^3-4x^2+x-2$ तथा $g(x)=x^2-x-2$ का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिए। 6/7

Find the g.c.d. of the polynomials $f(x)=2x^3-4x^2+x-2$ and $g(x)=x^2-x-2$.

अथवा

(Or)

समीकरण $x^4+4x^3+2x^2-4x-2=0$ को रूपान्तरित कीजिए जिसमें द्वितीय पद न हो।

Transform the equation $x^4+4x^3+2x^2-4x-2=0$ into an equation lacking the second term.

इकाई – IV

(*Unit - IV*)

5. सिद्ध कीजिये कि– 6/7

$$(p\vee q)\vee r\equiv p\vee(q\vee r)$$

Prove that–

$$(p\vee q)\vee r\equiv p\vee(q\vee r)$$

अथवा

(Or)

यदि a, b, c बूलीय बीजगणित B के अवयव हों तो दिखाइए कि यदि $a.b = a.c$ तथा $a + b = a + c$ तो $b = c$.

In a Boolean algebra show that if $a + b = a + c$ and $ab = ac$, then $b = c$.

~~इकाई – V~~

(*Unit – V*)

6. यदि n कोई धन पूर्णांक है, तो सिद्ध कीजिए कि- 6/7

$$(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cos\frac{n\pi}{4}$$

If n is any positive integer, then prove that–

$$(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cos\frac{n\pi}{4}$$

अथवा

(Or)

यदि $\tan(\alpha + i\beta) = x + iy$, सिद्ध कीजिए कि-

(i) $x^2 + y^2 + 2x\cot 2\alpha = 1$

(ii) $x^2 + y^2 - 2y\coth 2\beta + 1 = 0$

(iii) $x\cot 2\alpha + y\coth 2\beta = 1$.

If $\tan(\alpha + i\beta) = x + iy$, prove that–

(i) $x^2 + y^2 + 2x\cot 2\alpha = 1$

(ii) $x^2 + y^2 - 2y\cot n 2\beta + 1 = 0$

(iii) $x\cot 2\alpha + y\cot h 2\beta = 1$.