

NEP-4728

B. Sc. (First Year) Examination, 2022-23

(For Regular Students) (NEP)

(Major-I)

MATHEMATICS

Paper : First

(Algebra, Vector Analysis and Geometry)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 70

Minimum Pass Marks : 25

नोट : सभी खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार हल करें। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note : Attempt questions of all sections as directed.
Distribution of marks is given with sections.

खण्ड-अ

Section-A

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

3×2=6

(Very Short Answer Type Questions)

NEP-4728

PTO

NEP-4728

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर की अधिकतम सीमा 50 शब्द है। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

Note : Attempt all questions. The answer of each question should be given in about 50 words.
Each question carries 2 marks.

ⓧ निम्न आव्यूह की जाति ज्ञात कीजिये— ①

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Find the rank of the following matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

2. λ के विभिन्न मानों के लिये $x^2 + 2xy + (1 + \lambda)y^2 + 2\lambda y - 1 = 0$ द्वारा क्या वक्र प्रदर्शित होते हैं?

[3]

For different values of λ what curves are represented by $x^2 + 2xy + (1 + \lambda)y^2 + 2\lambda y - 1 = 0$.

3. उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिये जिसकी जनक रेखाएँ

सरल रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ के समान्तर हैं तथा जिसका निर्देशक

वक्र $x^2 + 2y^2 = 1, z = 3$ है।

Find the equation of the cylinder whose generators are

parallel to the straight line $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ and whose guiding

curve is $x^2 + 2y^2 = 1, z = 3$.

NEP-4728

PTO

[4]

खण्ड-ब

Section-B

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

6×6=36

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर की अधिकतम सीमा 200 शब्द हैं। प्रत्येक प्रश्न अंकों का है।

Note : Attempt all questions. The answer of each question should not exceed 200 words. Each question carries 6 marks.

4. किस शर्त के अन्तर्गत निम्नलिखित आव्यूह की जाति 3 है?

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & x \end{bmatrix}$$

Under what conditions the rank of the following matrix is 3?

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & x \end{bmatrix}$$

NEP-4728

[5]

अथवा

Or

दर्शाए कि समीकरण $x + y + z = -3$, $3x + y - 2z = -2$,

$2x + 4y + 7z = 7$ संगत नहीं हैं।

Show that the equation $x + y + z = -3$, $3x + y - 2z = -2$,

$2x + 4y + 7z = 7$ are not consistent.

8. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ का अभिलाक्षणिक मान तथा अभि-

लाक्षणिक सदिश ज्ञात कीजिये।

Find the eigen values and eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

अथवा

Or

आर्यभट्ट के विषय में संक्षिप्त टिप्पणी लिखिये।

Write a short note about Aryabhatta.

NEP-4728

PTO

[6]

6 दिया है—

$$r(t) = \begin{cases} 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k} & , \text{ जब } t = 2 \\ 4\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k} & , \text{ जब } t = 3 \end{cases}$$

तो दर्शाइये कि

$$\int_2^3 \left(r \cdot \frac{dr}{dt} \right) dt = 10$$

Given that :

$$r(t) = \begin{cases} 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k} & , \text{ when } t = 2 \\ 4\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k} & , \text{ when } t = 3 \end{cases}$$

Show that

$$\int_2^3 \left(r \cdot \frac{dr}{dt} \right) dt = 10$$

अथवा

Or

सिद्ध कीजिये—

$$\text{div}(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} \cdot \text{curl } \vec{a} - \vec{a} \cdot \text{curl } \vec{b}$$

NEP-4728

Prove that :

$$\operatorname{div}(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} \cdot \operatorname{curl} \vec{a} - \vec{a} \cdot \operatorname{curl} \vec{b}$$

7) $\iint_S \vec{f} \cdot \hat{n} \, ds$ का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ $\vec{f} = ax\hat{i} + by\hat{j} + cz\hat{k}$

तथा S गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ का पृष्ठ है।

Find the value of $\iint_S \vec{f} \cdot \hat{n} \, ds$ where $\vec{f} = ax\hat{i} + by\hat{j} + cz\hat{k}$

and S is the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

अथवा

Or

यदि $\vec{r}(t) = 5t^2\hat{i} + t\hat{j} - t^3\hat{k}$ तो

$$\int_1^2 \left(\vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right) dt$$

का मान ज्ञात कीजिये।

If $\vec{r}(t) = 5t^2\hat{i} + t\hat{j} - t^3\hat{k}$ then find value of

$$\int_1^2 \left(\vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right) dt$$

8) शंकु $5x^2 - 2xy + 5y^2 - 10y - 7 = 0$ की प्रकृति ज्ञात कीजिये तथा उसका केन्द्र ज्ञात कीजिये।

Find the nature of the conic $5x^2 - 2xy + 5y^2 - 10y - 7 = 0$ and find the centre of this conic.

अथवा

Or

सिद्ध कीजिये कि सर्जक $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ एक शंकु निरूपित करता है यदि

$$\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d$$

Prove that the equation $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ represents a cone if

$$\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d$$

9) यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ असमतलीय सदिश हैं तो सिद्ध कीजिये—(S)

$$[\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}] = [\vec{a} \ \vec{b} \ \vec{c}]^2$$

[9]

If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are non-coplanar vectors then prove that :

$$[\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}] = [\vec{a} \vec{b} \vec{c}]^2$$

अथवा

Or

यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ तथा $\vec{a}', \vec{b}', \vec{c}'$ सदिशों का व्युत्क्रम निकाय है तो सिद्ध कीजिये—

$$\vec{a}' \times \vec{b}' + \vec{b}' \times \vec{c}' + \vec{c}' \times \vec{a}' = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]}, [\vec{a} \vec{b} \vec{c}] \neq 0$$

If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ and $\vec{a}', \vec{b}', \vec{c}'$ are reciprocal system of vectors, then prove that :

$$\vec{a}' \times \vec{b}' + \vec{b}' \times \vec{c}' + \vec{c}' \times \vec{a}' = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]}, [\vec{a} \vec{b} \vec{c}] \neq 0$$

NEP-4728

[10]

खण्ड-स

Section-C

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

2×14=28

(Long Answer Type Questions)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर की अधिकतम सीमा 500 शब्द हैं। प्रत्येक प्रश्न अंकों का है।

Note : Attempt all questions. The answer of each question should not exceed 500 words. Each question carries 14 marks.

(10) निम्नलिखित आव्यूह को एशेलान रूप में परिवर्तित कर उसकी कोटि ज्ञात कीजिये—

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 7 & 5 \\ 2 & 5 & 11 & 6 \end{bmatrix}$$

PTO

NEP-4728

[11]

Change the following matrix into echelon form and find its rank :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 7 & 5 \\ 2 & 5 & 11 & 6 \end{bmatrix}$$

अथवा

Or

दर्शाइए कि आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

केली-हैमिल्टन प्रमेय को सन्तुष्ट करता है। A^{-1} का मान ज्ञात कीजिये।

Prove that the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

satisfies Cayley-Hamilton theorem. Find A^{-1} .

NEP-4728

PTO

3,500]

NEP-4728

[12]

11. यदि $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$, शंकु $5yz - 8zx - 3xy = 0$ के तीन

परस्पर लम्बवत् जनकों के समुच्चय के एक रेखा को प्रदर्शित करता है तो अन्य दो के समीकरण ज्ञात कीजिये।

If $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ represents one of a set of three mutually

perpendicular generators of the cone $5yz - 8zx - 3xy = 0$, find the equations of other two.

अथवा

Or

सिद्ध कीजिये—

$$\nabla^2 \left(\frac{1}{r} \right) = 0, \quad r = |\vec{r}|$$

$$\text{तथा } \operatorname{div}(\operatorname{grad} r^n) = n(n+1)r^{n-2}$$

Prove that :

$$\nabla^2 \left(\frac{1}{r} \right) = 0, \quad r = |\vec{r}|$$

$$\text{and } \operatorname{div}(\operatorname{grad} r^n) = n(n+1)r^{n-2}$$

<https://www.apsuonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से