

NEP-4729

B. Sc. (First Year) Examination, 2022-23

(For Regular Students)

(Major/Minor/Elective)

(New Education Policy)

MATHEMATICS

Paper : Second

(Calculus and Differential Equation)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 70

Minimum Pass Marks : 23

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार करें। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note : Attempt questions of all three section as directed. Distribution of marks is given with sections.

खण्ड-अ

Section-A

( अतिलघु उत्तरीय प्रश्न )

3×2=6

(Very Short Answer Type Questions)

NEP-4729

PTO

नोट : निम्नलिखित सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

Note : Answer all the following questions. Each question carries 2 marks.

① यदि  $y_n = \frac{x^3}{x^2 - 3x + 2}$ , तो  $y_n$  का मान ज्ञात कीजिये।

If  $y_n = \frac{x^3}{x^2 - 3x + 2}$ , then  $y_n$ .

② यदि  $p = \frac{dy}{dx}$  तो  $(y - px)(p - 1) = p$  को हल कीजिये।

If  $p = \frac{dy}{dx}$  then find solution of  $(y - px)(p - 1) = p$ .

③ यदि  $u = f\left(\frac{y}{x}\right)$ , दर्शाइये कि—

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

NEP-4729

If  $u = f\left(\frac{y}{x}\right)$ , then prove that :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

खण्ड-ब

Section-B

( लघु उत्तरीय प्रश्न )

6×6=36

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी छः प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।

Note : Attempt all the six questions. Each question carries 6 marks.

6.  $x^{n-1} \log x$  का  $n$ -वाँ अवकल गुणांक ज्ञात कीजिये।

Find  $n^{\text{th}}$  differential coefficient of  $x^{n-1} \log x$ .

अथवा

Or

मैक्लारिन प्रमेय द्वारा  $\log(1+x)$  का  $x$  के पदों में प्रसार कीजिये।

Expand  $\log(1+x)$  in powers of  $x$  by Maclaurin's theorem.

5. वक्र  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$  की वक्रता त्रिज्या बिन्दु  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$  पर ज्ञात कीजिये।

Find the radius of curvature of the curve  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$  at the point  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ .

अथवा

Or

वक्र  $y(a^2 + x^2) = x^3$  के नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिये।

Find the points of inflexion of the curve  $y(a^2 + x^2) = x^3$ .

6. मान ज्ञात कीजिए—

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \frac{dx dy}{4+x^2+y^2}$$

Evaluate : \_

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \frac{dx dy}{4+x^2+y^2}$$

| 5 |

अथवा

Or

वक्र  $ay^2 = x^2(a-x)$  के एक लूप का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

Find the area of the loop of the curve  $ay^2 = x^2(a-x)$ .

7. हल कीजिये—

$$\frac{dy}{dx} = y \tan x - 2 \sin x$$

Solve :

$$\frac{dy}{dx} = y \tan x - 2 \sin x$$

अथवा

Or

वक्र  $r = a(1 + \cos \theta)$  की लाम्बिक संछेदियाँ ज्ञात कीजिये

जहाँ  $\theta$  एक प्राचल है।

Find orthogonal trajectory of the curve  $r = a(1 + \cos \theta)$ ,

where  $\theta$  is a parameter.

8. समीकरण को हल कीजिये—

$$4 \frac{d^2 y}{dx^2} + 4 \frac{dy}{dx} - 3y = e^{2x}$$

NEP-4729

PTO

| 6 |

Solve the differential equation :

$$4 \frac{d^2 y}{dx^2} + 4 \frac{dy}{dx} - 3y = e^{2x}$$

अथवा

Or

समीकरण को हल कीजिये—

$$xp^2 + (y-x)p - y = 0$$

Solve differential equation :

$$xp^2 + (y-x)p - y = 0$$

9. हल कीजिये—

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2 \log x$$

Solve :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2 \log x$$

अथवा

Or

हल कीजिये—

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} - (2x-1) \frac{dy}{dx} + (x-1)y = 0$$

NEP-4729

Solve :

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} - (2x-1) \frac{dy}{dx} + (x-1)y = 0$$

खण्ड-स

Section-C

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

2×14=28

(Long Answer Type Questions)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का है।

Note : Attempt all the questions. Each question carries 14 marks.

10. वक्र  $x^2y - xy^2 + xy + y^2 + x - y = 0$  की अनन्त स्पर्शियाँ ज्ञात कीजिये तथा दर्शाइये कि वे पुनः वक्र को तीन बिन्दुओं में काटते हैं जो सरल रेखा  $x + y = 0$  पर स्थित है।

Find the asymptotes of the curve  $x^2y - xy^2 + xy + y^2 + x - y = 0$  and show that they cut the curve again in three points which lie on the straight line  $x + y = 0$ .

अथवा

Or

NEP-4729

PTO

वक्र  $y(x^2 - 1) = x^2 + 1$  का अनुरेखण कीजिये।

Trace the curve :  $y(x^2 - 1) = x^2 + 1$

① यदि  $I_n = \int_0^a (a^2 - x^2)^n dx$  तथा  $n > 0$ , तो सिद्ध कीजिये

$$I_n = \frac{2na^2}{2n+1} I_{n-1} \text{ इसके द्वारा } \int_0^a (a^2 - x^2)^3 dx \text{ का मान ज्ञात}$$

कीजिये।

If  $I_n = \int_0^a (a^2 - x^2)^n dx$ , and  $n > 0$ , prove that

$$I_n = \frac{2na^2}{2n+1} I_{n-1}. \text{ Hence evaluate } \int_0^a (a^2 - x^2)^3 dx.$$

अथवा

Or

प्राचल विचरण विधि की सहायता से अवकल समीकरण  $(D^2 + a^2)y = \operatorname{cosec} ax$  को हल कीजिये।

Solve the differential equation  $(D^2 + a^2)y = \operatorname{cosec} ax$  by the method of variation of parameters.