

SEM-685

B. Sc. (Second Semester) Examination, June 2017

(New Course)

MATHEMATICS

(Advanced Calculus Differential Equations
& Vector Calculus)

Time Allowed - Three hours

Maximum Marks - 125

Minimum Pass Marks - 42

नोट : यथा नीचे प्रश्नों के प्रश्न विभागानुसार हल करें। प्रश्नों का विभाजन यथा 4 भाग दिया जा रहा है।

Note : Attempt questions of all three sections as directed. Distribution of marks is given with sections.

खण्ड 'अ'

Section-'A'

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न) 10 × 2 = 20

(Objective Type Questions)

नोट : निम्नलिखित सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

SEM-685

Note : Answer all the following questions. Each question carries 2 marks.

1. सही उत्तर का चयन कीजिए—

Choose the correct answer.

(i) $D^n \sin(ax + b)$ का मान है—

(a) $a^n \sin(ax + b)$

(b) $a^n \sin\left(ax + b + \frac{\pi}{2}\right)$

(c) $a^n \sin\left(ax + b + \frac{n\pi}{2}\right)$

(d) $b^n \sin\left(ax + b + \frac{n\pi}{2}\right)$

$D^n \sin(ax + b)$ is equal to

(a) $a^n \sin(ax + b)$

(b) $a^n \sin\left(ax + b + \frac{\pi}{2}\right)$

(c) $a^n \sin\left(ax + b + \frac{n\pi}{2}\right)$

(d) $b^n \sin\left(ax + b + \frac{n\pi}{2}\right)$

SEM-685

(ii) नीचे परिवर्तन बिंदु के लिए -

(a) $\frac{d^2y}{dx^2}$ धनात्मक है

(b) $\frac{d^2y}{dx^2}$ ऋणात्मक है

(c) $\frac{d^2y}{dx^2} = 0, \frac{d^3y}{dx^3} \neq 0$

(d) $\frac{dy}{dx}$ अनन्त हो

For point inflexion

(a) $\frac{d^2y}{dx^2}$ is positive

(b) $\frac{d^2y}{dx^2}$ is negative

(c) $\frac{d^2y}{dx^2} = 0, \frac{d^3y}{dx^3} \neq 0$

(d) $\frac{dy}{dx}$ infinite

(iii) $\int_0^1 \int_0^1 xy \, dx \, dy =$

(ii)

(b) $\frac{1}{2}$

(c) 1

(d) 0

(iv) यदि $u = f\left(\frac{x}{y}\right)$ तथा $x \frac{du}{dx} + y \frac{du}{dy}$ का मान है -

(a) 0

(b) $2u$

(c) $3u$

(d) इनमें से कोई नहीं

If $u = f\left(\frac{x}{y}\right)$ then $x \frac{du}{dx} + y \frac{du}{dy}$ is

(a) 0

(b) $2u$

(c) $3u$

(d) None of these

[5]

(v) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = 4x^2$ का समाकलन

गुणक है-

(a) e^x

(b) x

(c) $\log x$

(d) $\frac{1}{x}$

Integrating factor of differential equation

$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = 4x^2$ is:

(a) e^x

(b) x

(c) $\log x$

(d) $\frac{1}{x}$

(vi) $\frac{\sin ax}{D^2 + a^2}$ का मान होता है-

(a) $\frac{-x}{2a} \cos ax$

SEM-685

PTO

[6]

(b) $\frac{x}{2a} \sin ax$

(c) $\frac{-x}{2a} \sin ax$

(d) $\frac{1}{2a} \cos ax$

Value of $\frac{\sin ax}{D^2 + a^2}$

(a) $\frac{-x}{2a} \cos ax$

(b) $\frac{1}{2a} \sin ax$

(c) $\frac{-x}{2a} \sin ax$

(d) $\frac{x}{2a} \cos ax$

(vii) यदि $P + Qx = 0$ तब समीकरण

$\frac{d^2y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = 0$

के पूरक फलन का भाग होगा-

SEM 685

http://www.apsuonline.com

http://www.apsuonline.com

http://www.apsuonline.com

http://www.apsuonline.com

171

- (a) $y = x$
- (b) $y = -x$
- (c) $y = 2x$
- (d) इनमें से कोई नहीं

If $P + Qx = 0$ then for equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qx = 0$$

part of $x = 1$ will be

- (a) $y = x$
- (b) $y = -x$
- (c) $y = 2x$
- (d) None of these

(viii) समीकरण $\frac{dx}{y} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{z}$ का हल है—

- (a) $xy = c_1, z = c_2$
- (b) $x = c_1 z, y = c_2 z$
- (c) $x = c_1 y, z = c_2 z$
- (d) इनमें से कोई नहीं

SEM-685

PTO

181

Solution of equation $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$ is

- (a) $x = c_1, yz = c_2$
- (b) $x = c_1 z, y = c_2 z$
- (c) $x = c_1 y, z = c_2 z$
- (d) None of these

(ix) $r = ae^{mt} + be^{nt}$ अवकल समीकरण

$$\frac{d^2r}{dt^2} - (m+n) \frac{dr}{dt} + mn r = 0$$

का हल है—

- (a) सत्य
- (b) असत्य
- (c) दोनों
- (d) इनमें से कोई नहीं

$r = ae^{mt} + be^{nt}$ is solution of differential equation :

$$\frac{d^2r}{dt^2} - (m+n) \frac{dr}{dt} + mn r = 0$$

SEM-686

- (a) True
- (b) False
- (c) Both
- (d) None of these

(x) $\text{div grad } \phi$ का मान है -

- (a) $\nabla \phi$
- (b) $\nabla^2 \phi$
- (c) 0
- (d) $\Delta^2 \phi$

Value of $\text{div grad } \phi$ is :

- (a) $\nabla \phi$
- (b) $\nabla^2 \phi$
- (c) 0
- (d) $\Delta^2 \phi$

<http://www.apsuonline.com>

Whatsapp @ 9300930012
Your old paper & get 10/-
Paytm or Google Pay

खण्ड 'ब'

Section-'B'

(सद्य उत्तरीय प्रश्न)

5*7=35

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न कम्पल्सरी है। प्रत्येक प्रश्न 7 अंकों का है।

Note : Attempt all the five questions One question from each unit is compulsory. Each question carries 7 marks.

इकाई 1

Unit-1

2. टेलर प्रमेय से $2x^3 + 7x^2 + x - 1$ का $(x-2)$ की शक्तों में प्रसार कीजिए।

Expand $2x^3 + 7x^2 + x - 1$ in power of $(x-2)$ by Taylor's theorem.

अथवा

Or

परवलय $y^2 = 4ax$ के बिंदु (x, y) पर चरमता विन्यास प्राप्त कीजिए।

Find radius of curvature at point (x, y) of parabola

$$y^2 = 4ax.$$

इकाई II

Unit-II

3. सूचककल -

$$\int_0^1 \int_0^{x^2} e^{x^2+y^2} dy dx$$

Evaluate

$$\int_0^1 \int_0^{x^2} e^{x^2+y^2} dy dx$$

अथवा

Or

दिए $u^3 + v^3 = x + y$ और $u^2 + v^2 = x^2 + y^2$ से सिद्ध कीजिए

$$\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} = \frac{y^2 - x^2}{2uv(u-v)}$$

If $u^3 + v^3 = x + y$ and $u^2 + v^2 = x^2 + y^2$ then prove

$$\text{that } \frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} = \frac{y^2 - x^2}{2uv(u-v)}$$

इकाई - III

Unit-III

4. $\frac{dy}{dx} + x \sin 2y = x^3 \cos^2 y$ को हल कीजिए।

Solve

$$\frac{dy}{dx} + x \sin 2y = x^3 \cos^2 y$$

अथवा

Or

हल कीजिए -

$$p^2 - 5p + 6 = 0$$

Solve

$$p^2 - 5p + 6 = 0.$$

इकाई - IV

Unit-IV

5. हल कीजिए -

$$\frac{dx}{1+y} = \frac{dy}{1+x} = \frac{dz}{z}$$

Solve

$$\frac{dx}{1+y} = \frac{dy}{1+x} = \frac{dz}{z}$$

SEM-685

अथवा

Or

इस को ज्ञापित करें—

$$\frac{d^2x}{dt^2} - 3x - 4y = 0, \quad \frac{d^2y}{dt^2} + x + y = 0$$

Solve :

$$\frac{d^2x}{dt^2} - 3x - 4y = 0, \quad \frac{d^2y}{dt^2} + x + y = 0$$

इकाई-V

Unit-V

6. यदि $r = a \cos t i + a \sin t j + at \tan \alpha k$ तब

$$\left| \frac{dr}{dt} \times \frac{d^2r}{dt^2} \right| \text{ तथा } \left[\frac{dr}{dt} \frac{d^2r}{dt^2} \frac{d^3r}{dt^3} \right] \text{ का मान ज्ञापित करें।}$$

If $r = a \cos t i + a \sin t j + at \tan \alpha k$ then find

$$\left| \frac{dr}{dt} \times \frac{d^2r}{dt^2} \right| \text{ and } \left[\frac{dr}{dt} \frac{d^2r}{dt^2} \frac{d^3r}{dt^3} \right]$$

अथवा

Or

दिए

$$a = t i - 3 j + 2 t k$$

$$b = t - 2 j + 2 k$$

$$c = 3 i + t j - k$$

तो सिद्ध करें कि

$$\int_1^2 \{ a \times (b \times c) \} dt = -\frac{87}{2} i - \frac{44}{3} j + \frac{15}{2} k$$

If

$$a = t i - 3 j + 2 t k$$

$$b = t - 2 j + 2 k$$

$$c = 3 i + t j - k$$

then prove that

$$\int_1^2 \{ a \times (b \times c) \} dt = -\frac{87}{2} i - \frac{44}{3} j + \frac{15}{2} k$$

(Long Answer Type Questions)

सूट : सभी दीर्घ प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में एक प्रश्न का उत्तर अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का है।

Note : Attempt all questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 14 marks.

इकाई-1

Unit-I

7. यदि $y = (\sin^{-1} x)^2$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - n^2y_n = 0$$

$(y_n)_0$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $y = (\sin^{-1} x)^2$ then prove that

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - n^2y_n = 0$$

and find $(y_n)_0$

$$x^2 + 2x^2y - y^2 - 2x^3 + 3xy + 3y^2 + x + 1 = 0$$

की अवलोकनरेखी ज्ञात कीजिए।

Find asymptotes of the curve

$$x^2 + 2x^2y - y^2 - 2x^3 + 3xy + 3y^2 + x + 1 = 0.$$

इकाई-11

Unit-II

8. यदि $u = x\phi\left(\frac{y}{x}\right) + \psi\left(\frac{y}{x}\right)$

तो सिद्ध कीजिए कि

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

ii $u = x\phi\left(\frac{y}{x}\right) + \psi\left(\frac{y}{x}\right)$

then prove that

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

एक क्षेत्र V समतलों $x + y + z = 1$, $x = 0$, $y = 0$ और $z = 0$

द्वारा घेरबद्ध हो तो मान ज्ञान कीजिए।

$$\iiint_V \frac{dx dy dz}{(1+x+y+z)^3}$$

If region V bounded by planes

$$x + y + z = 1, x = 0, y = 0$$

and $z = 0$ find the value of

$$\iiint_V \frac{dx dy dz}{(1+x+y+z)^3}$$

इकाई - III

Unit-III

9. समीकरण $(y - px)^2 (1 + p^2) = a^2 p^2$ का व्यापक तथा विधिश

हल ज्ञान कीजिए।

Find general and singular solution of equations

$$(y - px)^2 (1 + p^2) = a^2 p^2$$

हल कीजिए -

$$(D^2 + 4D + 3) y = e^{2x} \sin 3x$$

Solve

$$(D^2 + 4D + 3) y = e^{2x} \sin 3x$$

इकाई IV

Unit-IV

10. एक सम विभक्त विधि से समीकरण

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 5x \frac{dy}{dx} + 4y = x \log x$$

को हल कीजिए।

Solve differential equation by method of variation of parameters

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 5x \frac{dy}{dx} + 4y = x \log x$$

अथवा

Or

[19]

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x(1+x) \frac{dy}{dx} + 2(1+x)y = x^2$$

को हल कीजिए।

Solve to differential equation

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x(1+x) \frac{dy}{dx} + 2(1+x)y = x^2$$

प्रश्न V

Unit-V

11. (1) समतल में स्टोक्स प्रमेय का फलन

$$F = (x + 2y) dx + (y + 3x) dy$$

के लिए सत्यापन कीजिए जहाँ C वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ है।

Verify stokes theorem for the function

$$F = (x + 2y) dx + (y + 3x) dy \text{ in } xy\text{-plane}$$

where C is circle $x^2 + y^2 = 1$.

अथवा

Or

[20]

$$\iiint \left\{ (x^3 - yz) dz dx + z dx dy \right\}$$

के लिए गॉस हाइजनेनका प्रमेय सत्यापित कीजिए जहाँ क्षेत्र निर्देशांक समतलों तथा समतलों $x = y = z = a$ से बद्ध है।

Verify Gauss-divergence theorem for

$$\iiint \left\{ (x^3 - yz) dz dx + z dx dy \right\}$$

where region is bounded by Coordinates planes and planes $x = y = z = a$.

http://www.apsuonline.com

Whatsapp @ 9300930012

Your old paper & get 10/-

Paytm or Google Pay