

3580

B. Sc. (Second Year) Examination, 2021-22

MATHEMATICS

Paper : First

(Abstract Algebra)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 40

Minimum Pass Marks : 13

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार हल कीजिए। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note : Attempt all questions of all three sections as directed. Distribution of marks is given with sections.

खण्ड-‘अ’

Section-‘A’

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

5×1=5

(Objective Type Questions)

नोट : निम्नलिखित सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

Note: Answer the following questions. Each question carries 1 mark.

1. सही विकल्प चुनिए—

Choose the correct option :

(i) समस्त पूर्णाकों का समुच्चय है—

(a) गुणात्मक समूह

(b) योज्य समूह

(c) परिमित समूह

(d) चक्रीय समूह

The set of all integers is :

(a) a multiplicative group

(b) an additive group

(c) a finite group

(d) a cyclic group

(ii) यदि P अभाज्य संख्या हो और a कोई पूर्णांक हो, तो—(a) $a^P \equiv a^2 \pmod{P}$ (b) $n^P \equiv 1 \pmod{P}$

(c) $a^p \equiv a \pmod{P}$

(d) इनमें से कोई नहीं

If P is a Prime and a is an integer then :

(a) $a^p \equiv a^2 \pmod{P}$

(b) $n^p \equiv 1 \pmod{P}$

(c) $a^p \equiv a \pmod{P}$

(d) None of these

(iii) S_4 समनित समूह की कोटि है—

(a) 12

(b) 24

(c) 6

(d) इनमें से कोई नहीं

The degree of the symmetric group S_4 is :

(a) 12

(b) 24

(c) 6

(d) None of these

(iv) गुणजावली $M = \{5r : r \in I\}$ है—

(a) उच्चिष्ठ

(b) अभाज्य

(c) वाम

(d) इनमें से कोई नहीं

The ideal $M = \{5r : r \in I\}$ is :

(a) Maximal

(b) Prime

(c) Left

(d) None of these

(v) निम्नलिखित में से सत्य कथन है—

(a) प्रत्येक समूह एक क्षेत्र होता है

(b) प्रत्येक वलय एक क्षेत्र होता है

(c) प्रत्येक पूर्णाकीय प्रान्त एक क्षेत्र होता है

(d) प्रत्येक परिमित पूर्णाकीय प्रान्त एक क्षेत्र होता है

Which of the following statements is true?

(a) Every group is a field

- (b) Every Ring is a field
 (c) Every integral domain is a field
 (d) Every finite integral domain is a field

खण्ड-'ब'

Section-'B'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

5×3=15

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

Note: Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 3 marks.

इकाई-I

Unit-I

2. सिद्ध कीजिए कि गुणन संक्रिया के सापेक्ष इकाई के समस्त घनमूलों का समुच्चय एक परिमित आबेली समूह है।
 Prove that the set of all cube roots of unity is a finite abelian group with respect to Multiplication.

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि समूह में a और a^{-1} अवयवों का क्रम एक ही होता है।

Prove that the elements a and a^{-1} of a group have the same order.

इकाई-II

Unit-II

3. समूह G का उपसमूह H , समूह G का प्रसामान्य उपसमूह होगा, यदि और केवल यदि, सभी

$$gHg^{-1} = H, \forall g \in G$$

A subgroup H of a group G is a Normal subgroup of G , if and only if <https://www.apsuonline.com>

$$gHg^{-1} = H, \forall g \in G$$

अथवा

Or

किसी समूह में उपसमूह के दो दक्षिण सहसमुच्चय या तो विसंघीय होते हैं, या सर्वसम होते हैं।

Two right coset of a subgroup in a group are either identical or disjoint.

इकाई-III

Unit-III

4. यदि $f: G \rightarrow G'$, समूह G से समूह G' पर एक समाकारिता है जिसकी अष्टि K है, तब, K समूह का प्रसामान्य उपसमूह है।

If f is a homomorphism of group G into a group G' then Kernel K of the f is a normal subgroup of G .

अथवा

Or

क्रमचय $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

Find the inverse of the Permutation

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

इकाई-IV

Unit-IV

5. माना G एक समूह है। माना g, G का एक निश्चित अवयव

है, तब प्रतिचित्रण $T_g: G \rightarrow G$, जो $T_g(x): gxg^{-1}$,

$\forall x \in G$ के द्वारा परिभाषित है, G की एक स्वाकारिता है।

Let G a group. Let g a fixed element of G then the mapping $T_g: G \rightarrow G$. define by $T_g(x): gxg^{-1}$,

$\forall x \in G$ is an automorphism of G .

अथवा

Or

G पर संयुग्मिता सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध हैं।

The relation of conjugacy is an equivalence Relation on G .

इकाई-V

Unit-V

6. एक वलय की दो गुणजावलियों का सर्वनिष्ठ एक गुणजावली होता है।

The Intersection of two ideals of a ring is an ideal.

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं का समुच्चय एक क्षेत्र होता है।

Prove that the set of real numbers is a field.

खण्ड-'स'

Section-'C'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

2×10=20

(Long Answer Type Questions)

नोट : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंकों का है।

Note : Attempt any two questions. Each question carries 10 marks.

7. सिद्ध कीजिए कि अभाज्य कोटि का समूह चक्रीय होता है।
Prove that a Group of Prime order is cyclic.

8. परिमित समूह के प्रत्येक उपसमूह की कोटि समूह की कोटि का भाजक होता है।

The order of every subgroup of a finite group is a divisor of the order of the group.

9. समूह G का प्रत्येक समाकारी प्रतिबिम्ब G' के किसी विभाग समूह के तुल्यकारी है।

Every homomorphic image of a group G is isomorphic to some quotient group of G .

10. परिमित आबेली समूहों के लिए लैग्रान्ज प्रमेय के विलोम को सिद्ध कीजिए।

Prove that the converse of the Lagrange's theory for finite abelian group.

11. दो उपवलयों का सर्वनिष्ठ उपवलय होता है।

The intersection of two subrings is a subring.

<https://www.apsuonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से