

Roll No

B.Sc. II Year Examination April 2023

Mathematics (Major-II/Minor/Elective)  
(Advanced Calculus and partial differential equation)

Time: 3 Hours

Max.M. 70/ Min.M.25

Section-A (Very Short answer type question)

टीप :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 02 अंक का है। (50 शब्द) (5x2=10)

Note:- Attempt all questions. Each question carries 02 marks. (50 Words)

प्रश्न 1. समुच्चय  $A = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots \dots \dots \right\}$  का उच्चक बताइये।

Find the supremum of set  $A = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots \dots \dots \right\}$

प्रश्न 2. अनुपात परीक्षण का सूत्र लिखिये।

Write the formula of Ratio-Test.

प्रश्न 3. बीटा फलन की परिभाषा/सूत्र लिखिये।

Write the definition/formula of Beta Function.

प्रश्न 4. आंशिक अवकल समीकरण के लिए  $p, q, r, s, t$  का मान लिखिये।

Write the value of  $p, q, r, s, t$  for partial differential equation. <https://www.apsuonline.com>

प्रश्न 5. आंशिक अवकल समीकरण  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 3 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  के सहायक समीकरण के मूल लिखिये।

Write the roots of auxiliary equation of partial differential equation  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 3 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$

Section-B (Short Answer type questions)

टीप :- सभी पाँच प्रश्न हल करें। प्रत्येक प्रश्न 06 अंक का है। (250 शब्द) (5x6=30)

Note:- Attempt all five questions. Each question carries 06 marks. (250 Words)

प्रश्न 6. दिखाइये कि दो भिन्न वास्तविक संख्याओं के मध्य कम से कम एक अपरिमेय संख्या का अस्तित्व होता है।

Show that there exist at least one irrational number between two distinct real number.

अथवा (OR)

दिखाइये कि यदि किसी अनुक्रम की सीमा विद्यमान है तो वह अद्वितीय होती है।

Show that if limit of a sequence exists then it is unique.

प्रश्न 7. श्रेणी  $1 + \frac{2^2}{2!} + \frac{3^2}{3!} + \frac{4^2}{4!} + \dots$  के अभिसरण का परीक्षण कीजिये।

Test for convergence of the series  $1 + \frac{2^2}{2!} + \frac{3^2}{3!} + \frac{4^2}{4!} + \dots$

अथवा (OR)

यदि  $f(x) = \frac{x}{1+e^{1/x}}$ ,  $x \neq 0$ , तब  $f(0) = 0$  तब दिखाइये कि  $f(x)$ ,  $x = 0$  पर संतत है।

If  $f(x) = \frac{x}{1+e^{1/x}}$ , When  $x \neq 0$  and  $f(0) = 0$ , then Show that  $f(x)$  is continuous at  $x = 0$

प्रश्न 8. यदि  $y = \text{Sin}^{-1} \frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$  तो दिखाइये कि -

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \tan x$$

If  $y = \sin^{-1} \frac{x+y}{\sqrt{x+y}}$  then show that  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \tan x$

अथवा (OR)

यदि  $x + y + z = u$ ,  $y + z = uv$  तथा  $z = u \vee w$  तब दिखाइये कि  $\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)} = u^2 v$

If  $x + y + z = u$ ,  $y + z = uv$  and  $z = u \vee w$  then show that  $\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)} = u^2 v$

प्रश्न 9. हल कीजिये। Solve

$$yzp + zxq = xy$$

अथवा (OR)

हल कीजिये। Solve

$$r = 6x$$

प्रश्न 10. हल कीजिये Solve

$$3r + 5s + 2t = 0$$

अथवा (OR)

हल कीजिये। Solve

$$(D^2 - 5DD' + 6D'^2)z = e^{x+y}$$

### Section-C (Long Answer type questions)

टीप :- कोई दो प्रश्न हल करें। प्रत्येक प्रश्न 15 अंक का है। (500 शब्द)

(2x15=30)

Note:- Attempt any two questions. Each question carries 15 marks. (500 Words)

प्रश्न 11. सिद्ध कीजिये कि परिमेय संख्याओं का समुच्चय  $Q$  पूर्ण क्रमित क्षेत्र नहीं है।

Prove that set of rational numbers  $Q$  is not a complete ordered field.

प्रश्न 12. फलन  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  के लिये अन्तराल  $[2,4]$  में लैगरान्ज के माध्यमान प्रमेय को सत्यापित कीजिये।

Verify Lagrange's mean value theorem for the function  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  in the interval  $[2,4]$

प्रश्न 13.  $x^2 + y^2 + z^2$  का निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिये, जबकि यह दिया हुआ है कि  $ax + by + cz = p$

Determine the least value of  $x^2 + y^2 + z^2$  having given  $ax + by + cz = p$

प्रश्न 14. समीकरण  $px + qy = pq$  को चारपिट विधि से हल कीजिये।

Solve the equation  $px + qy = pq$  by charpit's method.

प्रश्न 15. समीकरण  $(D + D' - 1)(D + 2D' - 3) = 2x + 3y$  को हल कीजिये।

Solve the equation.  $(D + D' - 1)(D + 2D' - 3) = 2x + 3y$