

NEP-5652**B. Sc. (Second Year) Examination, 2022-23****(For Regular Students) (NEP)****(Major/Minor/Elective)****MATHEMATICS****(Advanced Calculus and Partial differential Equations)***Time Allowed : Three hours**Maximum Marks : 70**Minimum Pass Marks : 23*

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार करें। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note : Attempt questions of all three section as directed.
Distribution of marks is given with sections.

खण्ड-‘अ’

Section-‘A’

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

2×3=6

(Very Short Answer Type Questions)

NEP-5652

PTO

नोट : सभी प्रश्न हल कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।

Note : Attempt all questions. Each question carries 3 marks.

1. मोनोटोनिक अनुक्रम की परिभाषा लिखिए एवं उदाहरण दीजिए।

Define monotonic sequence. Give an example.

अथवा

Or

बोधायन के बारे में लिखिए।

Write about Bodhayana.

2. मान ज्ञात कीजिए—

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1/n}$$

Find the value of

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1/n}$$

अथवा

Or

असातत्य की परिभाषा लिखिए एवं इसके प्रकार समझाइए।

Define discontinuity and explain its types.

NEP-5652

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4×9=36

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी प्रश्न हल कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 9 अंकों का है।

Note : Attempt all questions. Each question carries 9 marks.

3. अभिसारी अनुक्रम की परिभाषा लिखिए। सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम को सीमा अद्वितीय होती है।

Define convergent sequence. Prove that every convergent sequence converges to unique limit.

अथवा

Or

श्रेणी की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए—

$$\frac{x}{1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^5}{5} + \dots$$

Test the convergence of the series

$$\frac{x}{1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^5}{5} + \dots$$

4. रोले की प्रमेय लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove Rolle's theorem.

अथवा

Or

अवकलन का प्रथम मध्यमान प्रमेय लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove first mean value theorem of calculus.

5. सूत्र $p = r \sin \phi$ को कार्तीय रूप में परिवर्तित कीजिए जहाँ

$$\tan \phi = \frac{rd\theta}{dr}$$

Change in Cartesian form of the formula $p = r \sin \phi$

$$\text{where } \tan \phi = \frac{rd\theta}{dr}$$

अथवा

Or

यदि $u = f(x - y, y - z, z - x)$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

If $u = f(x-y, y-z, z-x)$ then prove that :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

6. यदि $y_1 = \frac{x_2 x_3}{x_1}$, $y_2 = \frac{x_1 x_3}{x_2}$, $y_3 = \frac{x_1 x_2}{x_3}$ तो सिद्ध कीजिए—

$$J(y_1, y_2, y_3) = 4$$

If $y_1 = \frac{x_2 x_3}{x_1}$, $y_2 = \frac{x_1 x_3}{x_2}$, $y_3 = \frac{x_1 x_2}{x_3}$ then prove that—

$$J(y_1, y_2, y_3) = 4$$

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए—

$$\beta(m, n) = \frac{\sqrt{m} \sqrt{n}}{\sqrt{m+n}}$$

Prove that

$$\beta(m, n) = \frac{\sqrt{m} \sqrt{n}}{\sqrt{m+n}}$$

खण्ड-'स'

Section-'C'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

2×14=28

(Long Answer Type Questions)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का है।

Note : Attempt all questions. Each question carries 14 marks.

7. हल कीजिए—

(i) $yzp + zxq = xy$

(ii) $pq = 1$

Solve :

(i) $yzp + zxq = xy$

(ii) $pq = 1$

अथवा

Or

चारपिट विधि से हल कीजिए—

$$q = px + p^2$$

Solve by charpits method :

$$q = px + p^2$$

8. हल कीजिए—

$$(D^2 - DD' - 2D'^2)Z = (y-1)e^x$$

Solve :

$$(D^2 - DD' - 2D'^2)Z = (y-1)e^x$$

अथवा

Or

हल कीजिए—

$$(D^3 - 2D^2D' - DD'^2 + 2D'^3)z = e^{x+y}$$

Solve :

$$(D^3 - 2D^2D' - DD'^2 + 2D'^3)z = e^{x+y}$$