

NEP-5651

B. Sc. (Second Year) Examination, 2022-23

(For Regular Students) (NEP)

(Major-I)

MATHEMATICS

Paper : First

(Abstract Algebra and Linear Algebra)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 70

नोट : सभी खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार हल करें। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note : Attempt questions of all sections as directed. Distribution of marks is given with sections.

खण्ड-अ

Section-A

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

2×3=6

(Very Short Answer Type Questions)

NEP-5651

PTO

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर की अधिकतम सीमा 50 शब्द है। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

Note : Attempt all questions. The answer of each question should be given in about 50 words. Each question carries 3 marks.

1. उदाहरण दीजिये जो अर्ध समूह हों परन्तु समूह न हो।

Give an example which is a semi-group but not a group.

अथवा

Or

समूह स्वाकारिता की परिभाषा लिखिये।

Define group auto morphism.

2. विभाग वलय की परिभाषा लिखिये।

Define Quotient Ring.

अथवा

Or

अस्तित्वा प्रमेय का कथन लिखिये।

Write statement of Existence theorem.

NEP-5651

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4×9=36

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर की अधिकतम सीमा 200 शब्द है। प्रत्येक प्रश्न 9 अंकों का है।

Note : Attempt all questions. The answer of each question should not exceed 200 words. Each question carries 9 marks.

3. सिद्ध कीजिये कि चक्रीय समूह की कोटि वही होती है जो इसके जनक की होती है।

Prove that order generator of a cyclic group is same as order of a group.

अथवा

Or

किसी समूह को दो प्रसामान्य उपसमूहों का सर्वनिष्ठ प्रसामान्य उपसमूह होता है।

Prove that intersection of two normal subgroups of a group is also normal subgroup.

4. दिखाओ कि सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय क्रमित पूर्णाकीय प्रान्त नहीं है।

Show that set of complex numbers is not an ordered integral domain.

अथवा

Or

सिद्ध कीजिये कि प्रत्येक क्षेत्र एक पूर्णाकीय प्रान्त होता है।

Prove that the every field is an integral domain.

5. सिद्ध कीजिये कि किसी सदिश समाष्टि $V(F)$ का एक अरिक्त उपसमुच्चय W को V का उप समाष्टि होने के लिये आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध है कि—

$$a, b \in F, \bar{\alpha}, \bar{\beta} \in W \Rightarrow a\bar{\alpha} + b\bar{\beta} \in W$$

Prove that the necessary and sufficient condition for a subset W of a vector space $V(F)$ is a vector subspace is :

$$a, b \in F, \bar{\alpha}, \bar{\beta} \in W \Rightarrow a\bar{\alpha} + b\bar{\beta} \in W$$

अथवा

Or

दर्शाइए कि सदिश $(1, 0, 0)$; $(1, 1, 0)$; $(1, 1, 1)$; $R^3(R)$ के लिए आधार निर्मित करते हैं।

Show that vector $(1, 0, 0)$; $(1, 1, 0)$; $(1, 1, 1)$; generate a basis of $R^3(R)$.

6. सिद्ध कीजिये कि—

$$V(F) \cong V_n(F)$$

जबकि $\dim(V) = n$

Prove that :

$$V(F) \cong V_n(F)$$

where $\dim(V) = n$.

अथवा

Or

यदि $f:U(F) \rightarrow V(F)$ एक समकारिता प्रतिचित्रण है तो सिद्ध कीजिये कि—

$$(i) f(\bar{0}) = \bar{0}'$$

$$(ii) f(-\bar{\alpha}) = -f(\bar{\alpha})$$

जहाँ $\bar{0}, \bar{0}'$ क्रमशः $U(F), V(F)$ के तत्समक हैं तथा $\bar{\alpha} \in U$.

If $f:U(F) \rightarrow V(F)$ is a homomorphism then prove that :

$$(i) f(\bar{0}) = \bar{0}'$$

$$(ii) f(-\bar{\alpha}) = -f(\bar{\alpha})$$

where $\bar{0}, \bar{0}'$ are identity elements of U and V respectively, $\bar{\alpha} \in U$.

<https://www.apsuonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

2×14=28

(Long Answer Type Questions)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर की अधिकतम सीमा 500 शब्द है। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का है।

Note : Attempt all questions. The answer of each question should not exceed 500 words. Each question carries 14 marks.

7. विकर्णनीय आव्यूह की परिभाषा लिखिये, दर्शाइए कि निम्न आव्यूह विकर्णनीय है—

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Define diagonalization of matrix show that the matrix A is diagonalizable.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

अथवा

Or

कैली की प्रमेय लिखिये एवं सिद्ध कीजिये।

State the prove Cayley's theorem.

8. समूह के कोटि की परिभाषा लिखिये। लागरांज प्रमेय का कथन लिखिये एवं सिद्ध कीजिये।

Define order of a group. State and prove Lagrange's theorem.

अथवा

Or

जाति-शून्यता प्रमेय लिखिये एवं सिद्ध कीजिये।

State and prove Rank-Nullity theorem.