

Note : Answer all questions Each question carries 2 mark

SEM-896

B. Sc. (Fifth Semester) Examination, Dec. 2017

MATHEMATICS

(Linear Algebra, Numerical Analysis)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 125

Minimum Pass Marks : 42

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार हल करें। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note : Attempt questions of all three sections as directed. Distribution of marks is given with sections.

खण्ड-'अ'

Section-'A'

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न) 10×2=20

(Objective Type Questions)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

SEM-896

PTO

1. सही उत्तर का चयन कीजिए—

Choose the correct answer

(i) सदिश समष्टि $V_2(R)$ के दो अवयव (a_1, a_2) तथा (b_1, b_2) रैखिकतः स्वतंत्र होंगे यदि और केवल यदि—

- (a) $a_1a_2 - a_1b_2 = 0$
- (b) $a_1a_2 - b_1b_2 \neq 0$
- (c) $a_1a_2 - a_2b_1 = 0$
- (d) $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$

Two elements (a_1, a_2) and (b_1, b_2) of a vector space will be linearly independent iff

- (a) $a_1a_2 - a_1b_2 = 0$
- (b) $a_1a_2 - b_1b_2 \neq 0$
- (c) $a_1a_2 - a_2b_1 = 0$
- (d) $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$

(ii) समुच्चय $S = \{a+ib, c+id\}$ समष्टि $C(R)$ का आधार होगा यदि और केवल यदि—

- (a) $ab - cd = 0$
- (b) $ab - cd \neq 0$
- (c) $ad - bc = 0$
- (d) $cd - bc \neq 0$

SEM-896

Set $S = \{a+ib, c+id\}$ will be basis for vectors space $C(R)$ if and only if

- (a) $ab - cd = 0$
- (b) $ab - cd \neq 0$
- (c) $ad - bc = 0$
- (d) $cd - bc \neq 0$

(iii) प्रतिचित्रण $f: V_2(R) \rightarrow V_2(R)$ जो $f(a_1, b_1) = (b_1, a_1)$

से परिभाषित है—

- (a) एकैकी
- (b) आच्छादक
- (c) रेखिक नहीं
- (d) तुल्यकारिता

Mapping defined by $f: V_2(R) \rightarrow V_2(R)$ def by

$$f(a_1, b_1) = b_1, a_1$$

- (a) One-one
- (b) Onto
- (c) Not linear
- (d) Isomorphism

(iv) यदि $T_1, T_2 \in L(U, V)$ —

(a) $T_1 + T_2 = T_2 + T_1$

(b) $T_1 T_2 = T_2 T_1$

(c) $T_1 - T_2 = T_2 - T_1$

(d) इनमें से कोई नहीं

If $T_1, T_2 \in L(U, V)$ then

(a) $T_1 + T_2 = T_2 + T_1$

(b) $T_1 T_2 = T_2 T_1$

(c) $T_1 - T_2 = T_2 - T_1$

(d) None of the above

(v) न्यूनतम वर्ग सन्निकटन द्वारा फलन $f(x) = x^3$ का अन्तर्वाल

$\{0, 2\}$ पर $w(x) = 1$ लेकर सन्निकटन है—

(a) $3.6x - 2.6$

(b) $3.6x - 1.6$

(c) $1.6x - 3$

(d) $3.6x - 12.6$

Approximation of $f(x) = x^3$ in interval $[0, 2)$ by
min square approximation with $w(x) = 1$ is

- (a) $3.6x - 2.6$
- (b) $3.6x - 1.6$
- (c) $1.6x - 3$
- (d) $3.6x - 12.6$

(vi) टैबीरोव बहुपद के प्रयोग से $y(x) = \frac{1}{4}(x+1)^2$ का अन्तराल
 $[-1, 1]$ पर न्यूनतम वर्ग सन्निकटन है—

- (a) $\frac{3}{8} + \frac{1}{2}x$
- (b) $\frac{3}{8} - \frac{1}{2}x$
- (c) $\frac{3}{8} + x$
- (d) $\frac{3}{8} - x$

Least square approximation of $y(x) = \frac{1}{4}(x+1)^2$
with Chebyshev polynomial in $[-1, 1]$ interval is

- (a) $\frac{3}{8} + \frac{1}{2}x$
- (b) $\frac{3}{8} - \frac{1}{2}x$
- (c) $\frac{3}{8} + x$
- (d) $\frac{3}{8} - x$

(vii) द्विभाजन विधि का अभिसरण है—

- (a) रेखिक
- (b) द्विघात
- (c) अत्यधिक गीघगाढी
- (d) अत्यधिक धीमा

Convergence of bisection method is

- (a) Linear
- (b) Quadratic

- (c) Very fast
- (d) Very slow

(viii) गौस विलोपन विधि है—

- (a) सीधी विधि या प्रत्यक्ष विधि
- (b) कोई विधि नहीं
- (c) अप्रत्यक्ष विधि
- (d) तीन चरों की विधि

Gauss elimination method is

- (a) Direct method
- (b) No method
- (c) Indirect method
- (d) Three way method

(ix) आकलन विधि द्वारा $\frac{dy}{dx} = y^2 - x^2$ जब $y(0) = 1$,

$h = 0.1$ के तीसरे सन्निकटन हल है—

- (a) 1.2348
- (b) 1.3348
- (c) 1.3648
- (d) 0.2348

Third approximate solution of $\frac{dy}{dx} = y^2 - x^2$ when

$y(0) = 1, h = 0.1$ by Euler method in

- (a) 1.2348
- (b) 1.3348
- (c) 1.3648
- (d) 0.2348

(x) पिकार्ड विधि द्वारा $\frac{dy}{dx} = 1 + xy$ जब $y(0) = 1, h = 0.1$

के $y(0.2)$ का सन्निकटन मान है—

- (a) 1.105
- (b) 1.203
- (c) 1.023
- (d) कोई भी नहीं

Approximate value of $y(0.2)$ of $\frac{dy}{dx} = 1 + xy$ when

$y(0) = 1, h = 0.1$ by Picard method is

- (a) 1.105
- (b) 1.203
- (c) 1.023
- (d) None of the above

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 7 अंकों का है।

Note : Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 7 marks.

इकाई-I

Unit-I

2. एक सदिश समष्टि के किन्हीं उपसमष्टियों के कुल का सर्वनिष्ठ एक उपसमष्टि होता है सिद्ध कीजिए।

Prove that intersection of family of subspaces of vector spaces is also a subspace of vector space

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि n सदिशों की प्रणाली S

$$\alpha_1 = (1, 0, 0, \dots), \alpha_2 = (0, 1, 0, 0, \dots) \dots \alpha_n = (0, 0, \dots, 1)$$

सदिश समष्टि $V_n(F)$ का आधार है।

Prove that system of n vectors

$$\alpha_1 = (1, 0, 0, \dots), \alpha_2 = (0, 1, 0, 0, \dots) \dots \alpha_n = (0, 0, \dots, 1)$$

is basis of vector space $V_n(F)$

इकाई-II

Unit-II

3. यदि $U(F)$ एवं $V(F)$ क्षेत्र F पर सदिश समष्टि है तथा $f: U \rightarrow V$ समाकारिता है तो समाकारिता की अति $U(F)$ का उपसमष्टि होता है।

If $U(F)$ and $V(F)$ are vector spaces on field F and $f: U \rightarrow V$ is homomorphism then kernel of homomorphism is subspace of $U(F)$.

अथवा

Or

यदि T सदिश समष्टि $U(F)$ के सदिश समष्टि $V(F)$ में एक रेखिक रूपान्तरण है तथा T व्युत्क्रमणीय होगा यदि और केवल यदि T एकैकी है सिद्ध कीजिए।

Prove that if T is linear transformation from $U(F)$ to vector space $V(F)$ then T is invertible if and only if T is one-one

[11]

इकाई-III
Unit-III

4. $(\sqrt{497} - \sqrt{496})$ के अन्तर की गणना कीजिए।

Calculate the difference of $(\sqrt{497} - \sqrt{496})$

अथवा
Or

निम्न स्थिति विधि से समीकरण $3x - \cos x - 1 = 0$ को हल कीजिए।

Solve the equation $3x - \cos x - 1 = 0$ by Regula Falsi method

इकाई-IV
Unit-IV

5. दिया है—

x	5	7	11	13	17
$f(x)$	150	392	1452	2366	5202

न्यूटन विभाजित अन्तर सूत्र से $f(9)$ ज्ञात कीजिए।

Find the value of $f(9)$ by Newton's divided difference formula given that

x	5	7	11	13	17
$f(x)$	150	392	1452	2366	5202

SEM-896

PTO

[12]

अथवा
Or

✓ गौसम विलोपन विधि से हल कीजिए—

$$2x + y + 4z = 12, \quad 8x - 3y + 2z = 23, \quad 4x + 11 - z = 33$$

Solve the Gauss Elimination method

$$2x + y + 4z = 12, \quad 8x - 3y + 2z = 23, \quad 4x + 11 - z = 33$$

इकाई-V
Unit-V

6. संशयान अवकल समीकरणों के संख्यात्मक हल के लिए पिकार्ड विधि को संशयान।

Illustrate the Picard's method for numerical solution of ordinary differential equations.

अथवा
Or

पिकार्ड विधि से $\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2; y(0) = 1$ का घान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2; y(0) = 1$ by Picard's method

SEM-896

खण्ड-'स'

Section-'C'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

5×14=70

(Long Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर विस्तार से दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का है।

Note : Answer all five in detail of the following. Each question carries 14 marks

7. सन्न्यात तथा असम्यात समीकरणों को हल करने की आव्यूह विधि समझाइए।

Illustrate matrix method of solving homogeneous & non-homogeneous equations.

अथवा

Or

माना कि w_1, w_2 दो उपसमष्टि हैं परिमित विमीय सदिश समष्टि $V(F)$ के तो

$$\text{विमा}(w_1 + w_2) = \text{विमा } w_1 + \text{विमा } w_2 - \text{विमा}(w_1 \cap w_2)$$

If w_1 and w_2 are subspaces of finite dimensional vector space $V(F)$ then show that

$$\dim(w_1 + w_2) = \dim w_1 + \dim w_2 - \dim(w_1 \cap w_2)$$

8. सिद्ध कीजिए प्रत्येक n विमीय सदिश समष्टि $V(F), V_n(F)$ के तुल्यकारी होती है।

Prove that every n dimensional vector space is isomorphic to $V_n(F)$.

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि किसी दिए क्षेत्र या दो परिमित विमीय सदिश समष्टि तुल्यकारी होती हैं यदि और केवल यदि उनकी विमा समान हो।

Prove that two finite dimensional vector space are isomorphic on any given field if and only if their dimensions are same.

9. त्रुटियों एवं उसके प्रकारों के बारे में उदाहरण सहित समझाइए।

Illustrate errors and their types with examples.

अथवा

Or

पाहें के सन्निकटन के प्रयोग से e^{-x} का $\frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3}{1 + b_1x + b_2x^2}$

के रूप में परिमित सन्निकटन ज्ञात कीजिए।

Find equation approximation of e^{-x} in the form

$\frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3}{1 + b_1x + b_2x^2}$ by the use of Pade's

approximation.

10. विकर्णीय विधि या LU विघोजन विधि से निम्न समीकरण को हल कीजिए।

$5x - 2y + z = 4, 7x + y - 5z = 8, 3x + 7y + 4z = 10$

Solve the following by Diagonalization or LU decomposition method

$5x - 2y + z = 4, 7x + y - 5z = 8, 3x + 7y + 4z = 10$

अथवा
Or

सीधे विधि विकर्णीकरण विधि (LU विघोजन विधि) का विस्तृत वर्णन कीजिए।

Describe Direct method triangulization method LU decomposition method

11. पिक्वार्ट विधि से y के मान का सन्निकटन कीजिए जब x = 0.1 दिया गया है।

$\frac{dy}{dx} = 3x + y^2, y(0) = 1$

Approximate value of y by Picard's method when x = 0.1

given $\frac{dy}{dx} = 3x + y^2, y(0) = 1$

अथवा
Or

सीधे रूप को हल करके-कुट्टा विधि का उपयोग कर y(0.2) का मान ज्ञात कीजिए। दिया है

$\frac{dy}{dx} = x + y, y(0) = 1$

Using Runge Kutta method of fourth order find the value of y(0.2).

given $\frac{dy}{dx} = x + y, y(0) = 1$