

SEM-912

B. Sc. (Sixth Semester) Examination, June 2018

MATHEMATICS

(Real Analysis, Discrete Mathematics and Optionals)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 125

Minimum Pass Marks : 42

नोट : सभी छण्डों को निर्देशानुसार हल कीजिए। अंकों का विभाजन छण्डों के समक्ष दिये गये हैं।

Note : Attempt all sections as directed. Distribution of marks is given against each section

छण्ड-'अ'

Section-'A'

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न) 10×2=20

(Objective Type Questions)

SEM-912

PTO

नोट : निम्नलिखित सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक छण्ड अंकों का है।

Note : Answer all the following questions. Each question carries 2 marks

1. सही विकल्प चुनिए--

Choose the correct options

(i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n \left\{ \frac{1}{n+r} \right\}$ का मान है--

(a) $\log \frac{1}{2}$

(b) 0

(c) $\log 2$

(d) $\log 4$

Value of $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n \left\{ \frac{1}{n+r} \right\}$ is

(a) $\log \frac{1}{2}$

(b) 0

(c) $\log 2$

(d) $\log 4$

SEM-912

(ii) यदि $f \in R[a, b]$ तब—

(a) $\left| \int_a^b f \right| \leq \int_a^b f$

~~(b) $\left| \int_a^b f \right| \leq \int_a^b |f|$~~ ~

(c) $\int_a^b |f| \leq \int_a^b f$

(d) $\int_a^b |f| \leq \left| \int_a^b f \right|$

If $f \in R[a, b]$, then

(a) $\left| \int_a^b f \right| \leq \int_a^b f$

(b) $\left| \int_a^b f \right| \leq \int_a^b |f|$

(c) $\int_a^b |f| \leq \int_a^b f$

(d) $\int_a^b |f| \leq \left| \int_a^b f \right|$

(iii) विविक्त दूरिक समष्टि का प्रत्येक उपसमुच्चय—

(a) विवृत होता है

(b) संवृत होता है

(c) विवृत और संवृत दोनों होता है

(d) इनमें से कोई नहीं

Every subset of discrete metric space is

(a) Open

(b) Closed

(c) Open and closed both

(d) None of these

(iv) यदि $a, b \in R$, तब निम्न में कौन-सा कथन सत्य है—

(a) $|a+b| \leq |a|+|b|$

(b) $|a+b| \geq |a|+|b|$

(c) $|a+b| = |a|+|b|$

(d) $a+b = a+b$

If $a, b \in R$ then which of the following statement is true

(a) $|a+b| \leq |a|+|b|$

(b) $|a+b| \geq |a|+|b|$

(c) $|a+b| = |a|+|b|$

(d) $|a+b| = a+b$

(v) निम्नलिखित में से कौन-सा द-मॉर्गन का नियम है—

(a) $p \wedge q \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$

(b) $p \vee q \Leftrightarrow p \vee \sim q$

(c) $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ ✓

(d) इनमें से कोई नहीं ✓

Which of the following is D'Morgan's law

(a) $p \wedge q \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$

(b) $p \vee q \Leftrightarrow p \vee \sim q$

(c) $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

(d) None of these

(vi) बूलिय बीजगणित में $(x \vee y + x' y)$ का मान है—

(a) $x + y$

(b) $x y$

✓ (c) $x y + x' y$

(d) इनमें से कोई नहीं

In Boolean algebra the value of $(x \vee x') + y$

is

(a) $x + y$

(b) $x y$

(c) $x \vee y + x' y$

(d) None of these

(vii) समुच्चय $\{1, 2, 3, 4\}$ के तुल्यता सम्बन्धी की संख्या है—

(a) 4 ✓

(b) 15

(c) 16

(d) 24

The number of equivalence relations of the set

$\{1, 2, 3, 4\}$ is

(a) 4

(b) 15

(c) 16

(d) 24

(13) कूलीय फलन $x \cdot y' + x' \cdot y$ का पूरक फलन है -

- (a) $x + y$
- (b) $x \cdot y$
- (c) $x \cdot y + x' \cdot y'$
- (d) इनमें से कोई नहीं

The complement of a Boolean function

$x \cdot y' + x' \cdot y$ is

- (a) $x + y$
- (b) $x \cdot y$
- (c) $x \cdot y + x' \cdot y'$
- (d) None of these

(14) (k) n शीर्षों वाले पूर्ण आलेख में भुजाओं की संख्या होती है -

~~(a) $\frac{n(n-1)}{2}$~~

- (b) $n(n-1)$
- (c) $2n$
- (d) $n(n+1)$

The number of edges in a complete graph of n vertices is

(a) $\frac{n(n-1)}{2}$

- (b) $n(n-1)$
- (c) $2n$
- (d) $n(n+1)$

अथवा

Or

(1) दो पत्तों को एक साथ उछालने पर योग 7 आने की प्रायिकता है -

(a) $\frac{5}{6}$

(b) $\frac{1}{6}$

(c) $\frac{1}{3}$

(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

Throwing two dice together the probability of getting the sum 7 is

(a) $\frac{5}{6}$

- (b) $\frac{1}{6}$
- (c) $\frac{1}{3}$
- (d) None of the above

अथवा

Or

(m) $(3 \cdot 25)_{10}$ का द्विआधारी पद्धति में मान है—

- (a) 101 1
- (b) 11 01
- (c) 10 11
- (d) 101 11

The value of $(3 \cdot 25)_{10}$ in binary system is

- (a) 101 1
- (b) 11 01
- (c) 10 11
- (d) 101 11

अथवा

Or

(n) हलों के स्थायित्व से आप क्या समझते हैं :

What do you mean by stability of solution?

(r) (k) दिया वृक्ष में शीर्षों की संख्या होती है—

- (a) सम
- (b) विषम
- (c) पूर्णक
- (d) इनमें से कोई नहीं

The number of vertices in a binary tree is

- (a) Even
- (b) Odd
- (c) Integer
- (d) None of these

अथवा

Or

(i) n पक्षों एक व्यंज चिह्न वाले हैं तो उनके अंकों का योग की गणितीय प्रत्याशा है—

- (a) $\frac{7}{2}$
- (b) $\frac{7n}{2}$
- (c) 7

(d) $\left(\frac{7}{2}\right)$

n dice are thrown together the mathematical expectation of the sum of their number is

(a) $\frac{7}{2}$

(b) $\frac{7n}{2}$

(c) 7

(d) $\left(\frac{7}{2}\right)^n$

अथवा

Or

(m) संचारण त्रुटियाँ से आप क्या समझते हैं ?

What do you mean by Communication Errors?

अथवा

Or

(n) गुणात्मक हल चित्रण क्या है ?

What is qualitative solution sketching?

खण्ड- 'B'

Section- 'B'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

5*7=35

(Short Answer Type Questions)

नोट : इस खण्ड के प्रथम चार प्रश्न अनिवार्य हैं एवं अन्तिम प्रश्न इकाई-1 वैकल्पिक है। प्रत्येक प्रश्न 7 अंकों का है।

Note : First four questions of this section are compulsory and the last question of Unit-V is optional. Each question carries 7 marks

इकाई-1

Unit-I

2. $f : (a, b) \rightarrow R$ एक परिबद्ध फलन है, तब $[a, b]$ के विभाजन σ के लिये सिद्ध कीजिये कि—

$$L[f, \sigma] \leq U[f, \sigma]$$

$f : (a, b) \rightarrow R$ is a bounded function, then for any partition σ of $[a, b]$ prove that

$$L[f, \sigma] \leq U[f, \sigma]$$

SEM-912

अथवा

Or

यदि $f, g \in R[a, b]$ तो सिद्ध कीजिये कि $f - g \in R[a, b]$

$$\text{तथा } \int_a^b (f - g) = \int_a^b f - \int_a^b g$$

If $f, g \in R[a, b]$ then prove that $f - g \in R[a, b]$ and

$$\int_a^b (f - g) = \int_a^b f - \int_a^b g$$

इकाई-II

Unit-II

3. सिद्ध कीजिये कि किसी दूरीक समष्टि में

$$d(x, y) \geq d(x, z) - d(z, y)$$

If a metric space prove that

$$d(x, y) \geq d(x, z) - d(z, y)$$

अथवा

Or

सिद्ध कीजिये कि किसी दूरीक समष्टि में, विवृत समुच्चयों का खंडित संग्रह का संघ एक विवृत समुच्चय होता है।

SEM-912

PTO

Prove that in a metric space, the union of an arbitrary collection of open sets is open

इकाई-III

Unit-III

4. सत्यता सारणी का निर्माण करके सिद्ध कीजिये कि कथन

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \text{ एक तautology है।}$$

Constructing the truth table prove that statement

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \text{ is a tautology}$$

अथवा

Or

एक बूलियन बीजगणित $[B, +, \cdot, ']$ में सिद्ध कीजिए कि—

$$(a + b)(a' + c) = a' \cdot b + a \cdot c$$

In Boolean algebra $[B, +, \cdot, ']$, prove that :

$$(a + b)(a' + c) = a' \cdot b + a \cdot c$$

इकाई-IV

Unit-IV

SEM-912

Prove that in a metric space the union of an arbitrary collection of open sets is open

इकाई-III

Unit-III

4. सत्यता सारणी का विचार करते सिद्ध कीजिये कि कथन

$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$ एक तautology है।

Constructing the truth table prove that statement

$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$ is a tautology

अथवा

Or

एक बूलियन बीजगणित $[B, +, \cdot]$ में सिद्ध कीजिए कि—

$(a+b)(a'+c) = a'b + a'c$

In Boolean algebra $[B, +, \cdot]$, prove that

$(a+b)(a'+c) = a'b + a'c$

इकाई-IV

Unit-IV

SEM-912

अथवा

Or

सिद्ध कीजिये कि n शीर्षों वाले एक वृक्ष में $(n - 1)$ कोर्ने होती है।

Prove that a tree with n vertices has $(n - 1)$ edges

(विकल्प-II)

(Option-II)

द्विचर बंटन से क्या क्या समझते हैं ? एक द्विचर बंटन का माध्य और मानक विचलन ज्ञान कीजिये।

What do you mean by Binomial Distribution? Find the mean and standard deviation of the binomial distribution

अथवा

Or

सिद्ध कीजिये कि दो चरों के योग की प्रत्याशा उनकी प्रत्याशाओं के योग के बराबर होती है।

Prove that the expectation of the sum of two variables is equal to the sum of their expectation

(विकल्प-III)

(Option-III)

बृहत् भण्डारण पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखिये।

Write a short note on Mass Storage

SEM-017

http://www.apsuonline.com

http://www.apsuonline.com

http://www.apsuonline.com

http://www.apsuonline.com

सेन्ट्रल प्रोसेसिंग यूनिट के महत्त्व पर प्रकाश डालिये।

Explain the importance of Central Processing Unit

(विकल्प-IV)

(Option-IV)

इसके छोटे अवकल समीकरण की स्थापना पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखिये।

Write a short note on setting up first order differential equation

अथवा

Or

$(5A8B)_{16}$ को द्विआधारी संख्या में परिवर्तित कीजिये।

Convert $(5A8B)_{16}$ into binary number

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

5 × 14 = 70

(Long Answer Type Questions)

नोट : इस खण्ड के प्रथम चार प्रश्न अनिवार्य हैं एवं अन्तिम प्रश्न

इकाई-1 वैकल्पिक है। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का है।

Note : In this section four questions are compulsory and the last question of Unit-1 is optional. Each question carries 14 marks

इकाई-1

Unit-1

1. सिद्ध कीजिये कि प्रत्येक एक दिष्ट फलन रीमान्न समाकलनीय है।
Prove that every monotonic function is Riemann integrable

अथवा

Or

समाकलन का प्रथम मध्यमान प्रमेय लिखिये और सिद्ध कीजिये।
Write and prove the first mean value theorem for integrals

इकाई-II

Unit-II

8. सिद्ध कीजिये कि किसी दूरीक समष्टि में परिमित संख्या में संकुल समुच्चयों का संघ एक संकुल समुच्चय होता है।

Prove that the any metric space the union of finite number of closed sets is a closed set

अथवा

Or

मान कि (X, d) और (Y, P) दो दूरीक समष्टियाँ हैं, और $f: X \rightarrow Y$ एक फलन है। तो सिद्ध कीजिये कि f संतत है यदि और केवल यदि $f^{-1}(G)$, X में विवृत है जब G , Y में विवृत है।

Presume that (X, d) and (Y, P) are two metric spaces and $f: X \rightarrow Y$ is a function then prove that f is continuous if and only if $f^{-1}(G)$ is discrete in X when G , is discrete in Y

इकाई-III

Unit-III

SEM-912

PT

9. $(p \vee q) \wedge (\neg r) \Rightarrow q$

की सत्यता-सारणी बनाये।

Construct the truth table of

$(p \vee q) \wedge (\neg r) \Rightarrow q$

अथवा

Or

निम्नलिखित विद्यमान फलन को सामान्य द्विचरित सर्किट में बदलिये—

$f(x, y, z) = x \cdot y \cdot z + x \cdot y' \cdot z + x' \cdot y' \cdot z$

Replace the following switching function by a simpler switching circuit

$f(x, y, z) = x \cdot y \cdot z + x \cdot y' \cdot z + x' \cdot y' \cdot z$

इकाई-IV

Unit-IV

10. फलन $(x + y + z)(xy + x'z)$ का विद्योजनीय और संघोजनीय

प्रस्तावना रूप तथा संघोजनीय प्रस्तावना रूप का पूरक फलन ज्ञात कीजिए।

SEM-912

Find the disjunctive and conjunctive normal form and the complement of the conjunctive normal form of the function

$$(x + y + z)(xy + x'z)$$

अथवा

Or

यदि समुच्चय A में R एक तुल्यता सम्बन्ध है तो सिद्ध कीजिये कि R⁻¹ भी A में एक तुल्यता सम्बन्ध है :

If R is an equivalence relation in the set A then prove that R⁻¹ is also equivalence relation in A

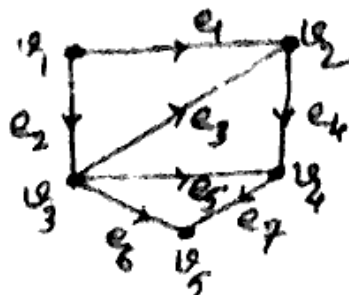
(वैकल्पिक : मुख्य विषय से भिन्न)

(Optional : Different from main subject)

इकाई-V (विकल्प-I)

Unit-V (Option-I)

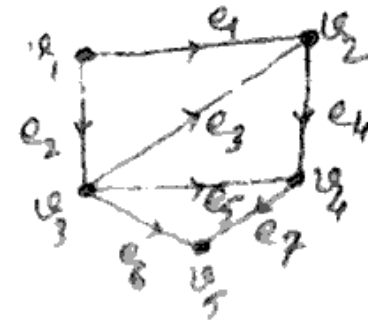
11. निम्न दिष्ट आलेख के लिये आद्यतन तथा संलग्नता आव्यूह प्राप्त कीजिए :



SEM-912

PTO

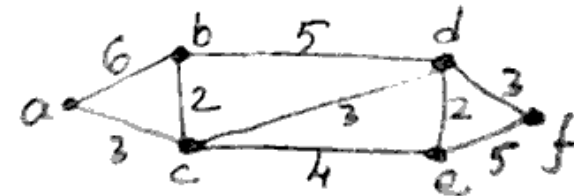
Find the incidence and adjacency matrix of the following directed graph



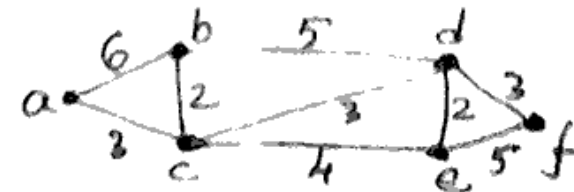
अथवा

Or

निम्न आलेख के लिये कुसकलम फलन विधि द्वारा न्यूनतम वृत्तक वृक्ष तय कीजिये



Find the minimum spanning tree for the following graph using Kruskal's algorithm



SEM-912

(विकल्प-II)

(Option-II)

A और B बारी-बारी से दो पासे फेंकते हैं जो पहले 9 का योग फेंक लेता है वह जीता है। यदि A फेंकना प्रारम्भ करे तो दिखाइये कि उनके जीतने की प्रायिकतायें 9/8 के अनुपात में हैं।

A and B throw alternately with a pair of dice. The one who throws 9 first wins. Show that if A has the first throw their chances of winning are 9/8

अथवा

Or

सिद्ध कीजिये कि द्विपद बंटन $(q + p)^n$ के लिये—

$$\mu_{r+1} = pq \left(nr\mu_{r-1} + \frac{d}{dp} \mu_r \right)$$

Prove that for binomial distribution $(q + p)^n$

$$\mu_{r+1} = pq \left(nr\mu_{r-1} + \frac{d}{dp} \mu_r \right)$$

(विकल्प-III)

(Option-III)

कम्प्यूटर एवं उपकरण के बीच संचार को विस्तार से समझाइये

Explain in detail Computer-Peripheral Communication

अथवा

Or

ऑपरेटिंग सिस्टम आर्किटेक्चर पर विस्तार से चर्चा लिखिये।

Write an essay in detail on operating system architecture

(विकल्प-IV)

(Option-IV)

किसी एक या विन्दुन विवेचना कीजिए—

- (a) अलग एक अलगकाल समीकरण मॉडल विकास एवं क्षय
- (b) एकल जाइवसक प्रोपुलेशन मॉडल

Discuss any one of the following

- (i) Difference and differential models of growth and decay
- (ii) Single species population model